

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОДЪЕМНОЙ УСТАНОВКИ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Бреславский Д.В., Национальный технических университет «ХПИ»,
Середа Н.В., Чупринин А.А., Харьковский национальный университет
городского хозяйства имени А. Н. Бекетова

Рассматриваются вопросы математического моделирования динамики подъемной установки и исследования процессов в многоканатных ветвях. Канаты различных грузоподъемных машин работают в режимах нестационарных динамических нагрузок, вызывающих продольные или продольно-крутильные колебания. Динамические процессы в подъемной машине описываются системой дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка, учитывающих продольно-крутильные колебания подъемных канатов и продольные колебания уравновешивающих канатов [2, 3]:

$$\begin{cases} \frac{q_1}{g} \cdot \frac{\partial^2 U_i(x,t)}{\partial t^2} = E_1 F_1 \frac{\partial^2 U_i(x,t)}{\partial x^2} + k_1 E_1 F_1 \frac{\partial^2 \theta_i(x,t)}{\partial x^2} + \frac{q_1}{g} (g \pm \dot{V}_c) \\ \frac{q_1 r_1^2}{g} \cdot \frac{\partial^2 \theta_i(x,t)}{\partial t^2} = k_1 E_1 F_1 \frac{\partial^2 U_i(x,t)}{\partial x^2} + (B + k_1^2 E_1 F_1) \frac{\partial^2 \theta_i(x,t)}{\partial x^2} \\ \frac{q_2}{g} \cdot \frac{\partial^2 \omega_i(x,t)}{\partial t^2} = E_2 F_2 \frac{\partial^2 \omega_i(x,t)}{\partial x^2} + \frac{q_2}{g} (g \pm \dot{V}_c) \end{cases} \quad (i=1,2), \quad (1)$$

где U_i, θ_i – продольные и крутильные деформации подъемных канатов;

ω_i – продольная деформация уравновешивающих канатов;

q_1, r_1 – погонный вес и радиус инерции единицы длины подъемного каната;

$E_1 F_1, E_2 F_2$ – жесткость соответственно подъемного и уравновешивающего канатов при чистом растяжении;

B – жесткость подъемного каната при чистом кручении;

k_1 – коэффициент взаимности крутящих и продольных деформаций подъемного каната;

\dot{V}_c – ускорение точек обода шкива;

g – ускорение свободного падения. Деформации, нагрузки, напряжения и другие обозначения, относящиеся к поднимающейся ветви подъемного каната, обозначены индексом 1, а для опускающейся ветви каната – индексом 2.

При описании движения перекинутого через шкив подъемного каната с двумя концевыми грузами Q_1 и Q_2 , расположенными в направляющих, использовались следующие граничные условия [1, 2]:

а) в поперечных сечениях ветвей каната $x = l_i(t)$

$$U_i(l_i, t) = \int_0^t \frac{\partial U_i(l_i, t)}{\partial x} \dot{l}_i dt; \quad \theta_i(l_i, t) = \int_0^t \frac{\partial \theta_i(l_i, t)}{\partial x} \dot{l}_i dt; \quad (i=1, 2) \quad (2)$$

б) в поперечном сечении каната при $x = L_i$ граничным условием будет уравнения движения концевых грузов по жестким направляющим, которые исключают возможность раскручивания

$$\begin{aligned} U_i(L_i, t) &= \omega_i(L_i, t); & \theta_i(L_i, t) &= 0; \\ \frac{Q_i}{g} \cdot \frac{\partial^2 U_i(L_i, t)}{\partial t^2} + E_1 F_1 \frac{\partial U_i(L_i, t)}{\partial x} + k_1 E_1 F_1 \frac{\partial \theta_i(L_i, t)}{\partial x} - \\ - E_2 F_2 \frac{\partial \omega_i(L_i, t)}{\partial x} &= Q_i \left(1 \pm \frac{\dot{V}_c}{g}\right); & (i=1, 2) \end{aligned} \quad (3)$$

в) в нижнем конце уравновешивающего каната $x = z_i + l_i(t)$

$$E_2 F_2 \frac{\partial \omega_i(z_i + l_i, t)}{\partial x} = 0 \quad (i=1, 2). \quad (4)$$

Приведенная система уравнений принята в качестве математической модели подъемной машины при исследовании динамических процессов.

В результате исследований динамических процессов установлено, что основным критерием, по которому можно судить о работоспособности каната, следует принимать характер распределения напряжений в его поперечном сечении. В связи с конструктивными особенностями каната как сложной механической системы, основными напряжениями, возникающими в проволоках каната, являются: нормальные напряжения от осевого растяжения $\sigma_{расм}$, изгибные нормальные напряжения $\sigma_{изг}$, касательные напряжения от кручения $\tau_{кр}$ и эквивалентное напряжение

$$\sigma_{эkv} = \sqrt{(\sigma_{расм} + \sigma_{изг})^2 + 3\tau_{кр}^2}.$$

Расчет напряжений по всей длине каната показал, что наибольшие эквивалентные напряжения возникают в подъемных канатах груженой ветви в верхнем крайнем положении сосуда в стволе, а наименьшие эквивалентные напряжения возникают в разгруженной ветви каната при нахождении сосуда в нижнем крайнем положении. Общая картина распределения напряжений показывает, что разброс напряжений по длине каната увеличивается по мере уменьшения длины каната. На основании полученных данных о частотах колебаний можно оценить динамическую прочность канатов и выяснить причины возникновения резонанса в режимах динамических нагрузок.

Список литературы

1. Степанов А.Г. Динамика машин / А.Г. Степанов. – Екатеринбург: УрО РАН, 1999. – 304 с.
2. Серeda Н.В. Динамика упругих систем многоканатных подъемных установок / Н.В. Серeda, Л.В. Шипулина // Вісник «Динаміка і міцність машин». – Харків: НТУ «ХПІ», 2010. – № 37. – С. 164-169.